

Teorijska pitanja:

P1. Definirati vektor jačine elektrostatičkog polja [1]. Navesti osnovne uslove elektrostatičke ravnoteže provodnog tela [2]. Kako se izračunava energija elektrostatičkog polja [1]?

P2. Odrediti raspodelu vektora jačine polja E [2] i potencijala V [2] unutar i izvan usamljene metalne sfere poluprečnika a , naelektrisanje količinom naelektrisanja Q , u vakuumu. Gotove formule se ne boduju!

P3. Kako se definiše vektor polarizacije dielektrika P [1]? Definirati granične uslove na

razdvojnoj površi dva homogena, linearna dielektrika [1] i nacrtati sliku. Iskazati generalisani Gausov zakon [1]. Kako se definiše vektor D [1]?

P4. Definirati stacionarno strujno polje [1]. Jednačina kontinuiteta za stacionarno strujno polje [1]. Omov zakon u lokalnom i integralnom obliku [2].

P5. U rednoj vezi snage otpornika R_1 i R_2 odnose se kao 5:1. Kakav će biti odnos snaga kada se ovi otpornici povežu paralelno [4]? Obavezan postupak rešavanja ili obrazloženje.

Zadaci:

Z1. Dva jednaka, nepokretna, punktualna naelektrisanja Q_1 nalaze se u tačkama $A(0,-a)$ i $B(0,a)$ u vakuumu. Obavezno nacrtati sliku.

- Odrediti jačinu električnog polja [2] i potencijal [2] u centru koordinatnog sistema, u tački $O(0,0)$.
- Iz tačke $C(0,b)$ pušteno je da iz mirovanja krene pokretno, punktualno naelektrisanje Q_2 , mase m . Odrediti njegovu trajektoriju [2] i brzinu [2] u beskonačnosti. Usvojiti da je potencijal beskonačno udaljenih tačaka ravan nuli.

Podaci: $Q_1=0.6$ [nC], $Q_2=0.3$ [nC], $m=4.5$ [grama], $a=10$ [cm], $b=20$ [cm] i $\epsilon_0=10^{-9}/36\pi$ [F/m].

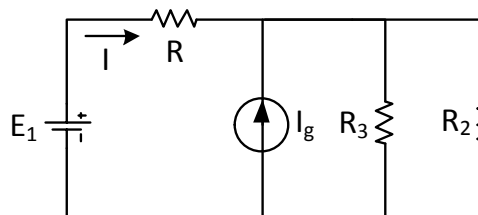
Z2. Pločasti kondenzator ispunjen je sa dva homogena, linearna dielektrika relativnih permitivnosti $\epsilon_{r1}=3$ i $\epsilon_{r2}=5$. Razdvojna površina između dielektrika je normalna na obloge i nalazi se tačno na sredini kondenzatora. Površina elektroda je $S=20$ [cm²], a rastojanje između elektroda je $d=1$ [mm]. Naelektrisanja ploča kondenzatora su $Q_1=-Q_2=4$ [nC]. Obavezno nacrtati sliku. Odrediti:

- Vektor jačine električnog polja [2] u kondenzatoru i napon [2] između elektroda.
- Kapacitivnost [2] i energiju [2] ovog kondenzatora.

Z3. Za kolo vremenski konstantne struje sa slike odrediti:

- struju I kroz otpornik R [3],
- snagu baterije E_1 [2],
- snagu strujnog izvora I_g [2].

Podaci: $I_g=0.25$ [A], $E_1=100$ [V], $R=230$ [Ω], $R_2=200$ [Ω] i $R_3=300$ [Ω].



Z4. Napon praznog hoda nekog akumulatora je 12[V]. Nakon priključivanja potrošača otpornosti 4[Ω] napon na kontaktima akumulatora padne na 8[V]. Odrediti

- unutrašnju otpornost ovog akumulatora [2],
- snagu termičke disipacije na potrošaču [1],
- snagu Džulovih gubitaka u akumulatoru [1],
- koliku je otpornost i kako potrebno priključiti potrošaču da bi se na njemu razvijala maksimalna snaga [3].

$$\mathbf{P2.} \quad E = \begin{cases} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2}, & r \geq a \\ 0, & r < a \end{cases}, \quad V = \begin{cases} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r}, & r \geq a \\ \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{a}, & r < a \end{cases}.$$

P5. $P_1 = I^2 R_1$, $P_2 = I^2 R_2$, $P_1/P_2 = 5:1$, sledi $R_1 = 5R_2$. U paralelnoj vezi napon je isti, pa je $P_1 = U^2/R_1$, a $P_2 = U^2/R_2$ pa je $P_1/P_2 = R_2/R_1 = 1/5$. Dakle **$P_1/P_2 = 1:5$** .

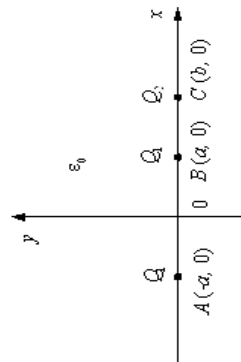
Z1. a) $E(0,0)=0$ (zbog simetrije). Superpozicijom uz simetriju: $V(0,0) = V(Q_{1uA}) + V(Q_{1uB}) = 2 \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{a} = 108V$.

b) $\Delta E_K = A_{nad Q_2}$, $m \cdot v_\infty^2 / 2 - m \cdot v_C^2 / 2 = Q_2(V_C - V_\infty)$, $v_C = 0$, $V_\infty = 0$.

$$V_C = V_C|_{Q_1 u A} + V_C|_{Q_1 u B}, \text{ gde su } V_C|_{Q_1 u A} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{a+b} \text{ i } V_C|_{Q_1 u B} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{b-a}$$

$$\Rightarrow V_C = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2b}{b^2 - a^2} = 72V. \text{ Konačno } m \cdot v_\infty^2 / 2 = Q_2 V_C, \text{ pa je}$$

$$v_\infty = \sqrt{\frac{Q_1 Q_2}{\pi\epsilon_0 m} \frac{b}{b^2 - a^2}} = \sqrt{\frac{2Q_2 V_C}{m}} = 3.1 \text{ mm/s. Trajektorija je y osa.}$$



Z2. Razdvojna površina normalna na ploče kondenzatora onda je vektor jačine polja tangencijalan na razdvojnu površinu. Iz drugog graničnog uslova sledi:

$$E_{1tg} = E_{2tg} \Rightarrow E_1 = E_2 = E, D_1 = \epsilon_0 \epsilon_{r1} E \text{ i } D_2 = \epsilon_0 \epsilon_{r2} E. \oint_S D dS = Q_1,$$

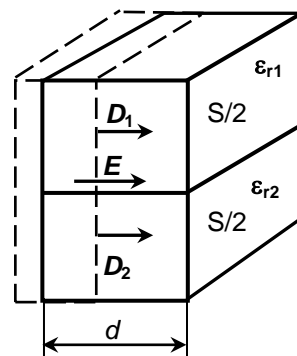
$$\oint_S D dS = \int_{S/2} D_1 dS + \int_{S/2} D_2 dS = D_1 S / 2 + D_2 S / 2 = Q_1.$$

$$D_1 S / 2 + D_2 S / 2 = \epsilon_0 \epsilon_{r1} E \cdot S / 2 + \epsilon_0 \epsilon_{r2} E \cdot S / 2 = \epsilon_0 S / 2 \cdot (\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2}) E = Q_1,$$

$$E = \frac{Q_1}{\epsilon_0 \cdot S / 2 \cdot (\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2})} = \frac{4 \cdot 10^{-9}}{(10^{-9} / 36\pi) \cdot (20 \cdot 10^{-4} / 2) \cdot (3 + 5)} = 56.55 \text{ [KV/m]}.$$

$$U = E \cdot d = 56.55 \cdot 10^3 \text{ [V/m]} \cdot 1 \cdot 10^{-3} \text{ [m]} = 56.55 \text{ [V]} \quad C = Q_1 / U = \epsilon_0 \epsilon_{r1} (S/2) / d + \epsilon_0 \epsilon_{r2} (S/2) / d = 70.7 \text{ [pF]}$$

$$W_C = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} \cdot 70.7 \cdot 10^{-12} \cdot 56.55^2 = 113 \text{ [n]}.$$



Z3. Metodom napona čvorova dobija se $\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) \cdot V_1 = I_g + \frac{E_1}{R}$. Rešavanjem

$$V_1 = 54 \text{ [V]}. \text{ Struja } I = \frac{E_1 - V_1}{R} = \frac{100 - 54}{230} = \frac{46}{230} = 0.2 \text{ [A]}.$$

$$P_{E1} = E_1 I = 100 \cdot 0.2 = 20 \text{ [W]},$$

$$P_{I_g} = V_1 \cdot I_g = 54 \cdot 0.25 = 13.5 \text{ [W]}$$

Z4. Ems akumulatora $E=12V$, $U=8V$ je napon na potrošaču od $R=4\Omega$, pa je struja kroz kolo $I=U/R=8/4=2A$. $U=E-R_g I$, pa je **$R_g=2\Omega$** . $P=RI^2=4 \cdot 2^2=16W=P$. $P_g=R_g I^2=2 \cdot 2^2=8W=P_g$. Da bi se prenela maksimalna snaga treba da vazi $R=R_g$, a kako je $R>R_g$, treba paralelno R vezati otpornik R_x tako da bude $R \parallel R_x = (R \cdot R_x) / (R + R_x) = 2\Omega$, što je tačno za **$R_x=4\Omega$** .